

П.А. Побегайло, А.Н. Ильина

# ОСНОВЫ МЕТОДИКИ ОЦЕНКИ СКОРОСТЕЙ И УСКОРЕНИЙ ОТДЕЛЬНЫХ ЗВЕНЬЕВ РАБОЧЕГО ОБОРУДОВАНИЯ ОДНОКОВШОВЫХ ГИДРАВЛИЧЕСКИХ ЭКСКАВАТОРОВ НА РАННИХ СТАДИЯХ ПРОЕКТНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ\*

**Аннотация.** Описаны основы методики для оценки скоростей и ускорений отдельных элементов рабочего оборудования одноковшовых гидравлических экскаваторов на ранних стадиях проектирования этих машин. В качестве примера взяты исполнительный механизм подъема — опускания стрелы, и случай одновременного движения стрелы и рукояти. Содержание методики составляют укрупненный алгоритм вывода уравнений движения и наполняющие его вспомогательные уравнения. Дополнительно отмечено, что имеется связь между уравнением движения стрелы и известным функционалом, выписанным более сорока лет назад в работах по биомеханике и робототехнике, связанных с импульсным управлением, что потенциально позволяет исследовать импульсное управление в приложении к экскаваторам. В своем дальнейшем развитии разработанная методика может быть успешно использована для рассмотрения ряда модельных задач синтеза систем управления экскаваторами.

**Ключевые слова:** одноковшовые гидравлические экскаваторы, рабочее оборудование, скорости и ускорения элементов рабочего оборудования, уравнение движения.

DOI: 10.25018/0236-1493-2018-11-0-129-135

## Введение

Процесс проектирования рабочего оборудования (РО) одноковшовых гидравлических экскаваторов (ОГЭ) на ранних стадиях проектной деятельности (например, при формировании технического задания) состоит из ряда последовательно сменяющих друг друга стадий «Синтеза», «Анализа» и «Оценки полученного результата» [1–3 и др.].

После того, как завершен этап оценки (анализа) нагруженности ОГЭ его РО представляет из себя уже в некотором смысле вполне сформированную структуру. Далее может быть начат этап «Син-

теза», например, элементов металлоконструкции РО. Однако перед этим определенный интерес представляет анализ возможных скоростей и ускорений развиваемых синтезированными элементами РО.

Это, очевидно, дает проектировщику больше полезных сведений и помогает еще сильнее уменьшить мощность множества проектных решений. Поэтому дополним этап оценки нагруженности этим анализом (см. рис. 1). При этом нет смысла гнаться за предельной точностью и максимальной сложностью возможной тут математической модели — ибо пост-

\* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 17-08-00920-а).



Рис. 1. Схема проектирования РО ОГЭ на стадии ПА

Fig. 1. Early stage design of single-bucket hydraulic excavator attachments

роение ее реально, а применение, по очевидным причинам, нет.

Учитывая известный факт, состоящий в том, что ОГЭ в своем рабочем процессе часто выполняет раздельные движения элементами РО, представляется допустимым рассмотреть, в рамках

настоящей работы, лишь движения отдельных элементов РО.

Итак, настоящая работа, на примерах движения стрелоподъемного механизма ОГЭ прямого копания, и одновременного движения стрелы и рукояти предельно кратко и максимально просто описывает вывод уравнения (-ий) движения для такого рода ситуаций. Это и есть основы методики оценки скоростей и ускорений указанные в названии настоящей работы. Отметим, что на полномасштабное изложение методики в рамках этой работы ее авторы не претендуют (хотя бы и из-за ограничений на объем публикации).

Заметим, что представленные ниже материалы могут послужить фундаментом и для разработки модели синтеза системы управления ОГЭ.

### Движение стрелоподъемного механизма

На рис. 2 приведена первая расчетная схема для настоящей работы. На ней представлен стрелоподъемный механизм ОГЭ прямого копания.

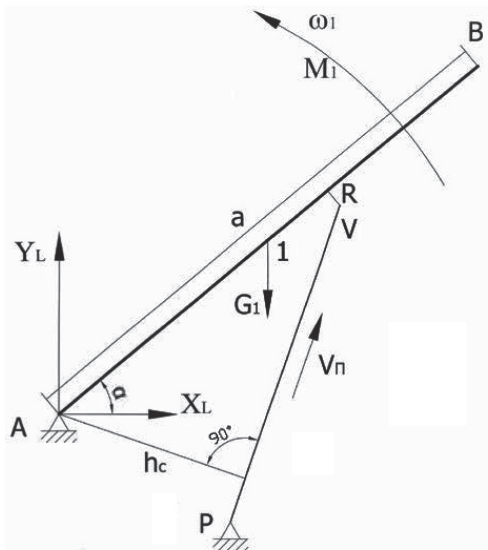


Рис. 2. Расчетная схема 1

Fig. 2. Design model 1

Обозначения: точка  $A$  (пята стрелы) — шарнир, соединяющий стрелу с базовой машиной; угол  $\alpha \in (0 \dots \pi/2)$  — шарнирный угол, определяющий положение звена  $AB$  на плоскости (отсчитывается против часовой стрелки от горизонтали — оси  $X_L$ ) — обобщенная координата; точка  $1$  — центр тяжести звена  $AB$ , лежит на середине звена (стрелы); параметр  $a = AB$  — длина первого звена (стрелы);  $A1 = 1/2 \cdot a$  — расстояние между точками  $A$  и  $1$ ;  $G_1 = m_1 \cdot g$  — вес звена  $AB$ ;  $m_1$  — масса звена  $AB$  (при решении конкретных задач к этой массе могут быть приведены все остальные);  $g$  — ускорение свободного падения; отрезок  $PV$  — гидроцилиндр привода звена  $AB$ ;  $\omega_1$  и  $M_1$  — угловая скорость стрелы и шарнирный момент (управление);  $Y_L A X_L$  — основная система координат — правая декартовая.

Кроме этого, звено  $AB$  характеризуется моментом инерции  $I_1$ .

Принимаем следующие основные допущения:

- имеем неконсервативную систему;
- связи являются голономными стационарными идеальными;
- диссипации нет;
- базовая машина исключена из рассмотрения (при этом предполагается, что она стоит на абсолютно жестком и ровном основании);
- рассматриваем плоскую задачу (без учета поворота РО на выгрузку и обратно);
- мы практически полностью не учитываем гидроцилиндры и, что очевидно, систему гидравлического привода с тем или иным первичным двигателем;
- внешнего сопротивления нет;
- шарниры идеальные вращательные (без трения);
- звено  $AB$  абсолютно жесткое тело (участвует только во вращательном движении относительно точки  $A$ );
- центр тяжести звена  $AB$  расположен по середине его кинематической длины.

Последовательность вывода уравнения движения в рассматриваемом случае такова [4—14 и мн. др.]:

- записать формулы для определения координат точки  $1$ , а также для плеча  $h_c$  и для некоторых вспомогательных углов;
- определить момент инерции звена  $AB$ ;
- записать уравнения для определения шарнирного момента;
- выписать уравнения для получения интересующих нас скоростей;
- записать выражение для кинетической энергии;
- указать уравнение для определения потенциальной энергии (напомним, что силы упругости сейчас мы не учитываем);
- выписать функцию Лагранжа;
- вычислить потребные нам производные;
- сформировать уравнение движения.

Этот перечень действий мы будем называть далее укрупненным алгоритмом построения уравнений движения.

После выполнения всех этих этапов мы получим требуемое нам уравнение движения рассматриваемой системы. Оно имеет почти стандартный вид (для маятника):

$$\frac{1}{3} \cdot m_1 \cdot a^2 \cdot (\ddot{\alpha}) + \frac{1}{2} \cdot a \cdot m_1 \cdot g \cdot \cos(\alpha) = M_1 \quad (1)$$

Такой вид уравнения (1) представляется нам наиболее удобным для решения задач анализа в гидроэкскаваторостроении на ранних стадиях проектной деятельности (звено  $AB$  рассматривается тут как длинный прямой стержень).

Отметим, что в более общем виде уравнение (1) может быть записано так:

$$I_1 \cdot (\ddot{\alpha}) + \frac{1}{2} \cdot a \cdot m_1 \cdot g \cdot \cos(\alpha) = M_1.$$

Такая запись позволяет, при необходимости, задавать момент инерции зве-

на 1 иным образом чем в уравнении (1). Из уравнения (1) не сложно найти ускорение движения стрелы.

Для оценки угловой скорости стрелы может быть использовано очевидное выражение вида:

$$(\dot{\alpha}) = \omega_1 = V_n \cdot Z, \quad (2)$$

где  $Z$  — некоторый численный коэффициент, зависящий от конструкции стрелоподъемного механизма. Отметим, что в нашем случае коэффициент  $Z$  может быть определен так:

$$Z = \frac{1}{h_c},$$

где в свою очередь плечо  $h_c$  несложно найти по формуле:

$$h_c = \sqrt{AP^2 - \left[ \frac{AP^2 + PV^2 - AV^2}{2 \cdot PV} \right]^2}.$$

Напомним, что остальные потребные в рассматриваемой задаче уравнения мы сейчас не приведем из-за ограничения на объем настоящего текста и их громоздкости.

Необходимо отметить, что следуя идеям работы [12 и др.], которые заключаются в ведении в уравнение (1) двух новых переменных — безразмерного времени  $\tau$  и безразмерного момента  $\mu$  — можно переписать уравнение (1) в виде:

$$(\alpha'') + \cos(\alpha) = \mu, \quad (3)$$

где штрих означает дифференцирование по безразмерному времени  $\tau$ .

Тогда, опираясь на работу [12], в дело может быть пущен функционал для оценки качества импульсного управления вида:

$$J(0, T) = \int_0^T |\mu(\tau) \cdot \alpha'(\tau)| d\tau, \quad (4)$$

Как указано в работе [12 и др.] — в таком виде — этот функционал характеризует затраты механической энергии в случае, когда действие привода, развивающего управляющее воздействие, необратимо, т.е. его работа вызывает потребление энергии независимо от того, направлен ли управляющий момент в одну или в другую сторону.

Исследование этого функционала на реальном материале представляет несомненный академический и практический интерес, т.к. нам не известны случаи применения импульсного управления на ОГЭ.

### Движение стрелы и рукояти

На рис. 3 приведена вторая расчетная схема для настоящей работы. На ней представлено все РО (без гидроцилиндров), из которых нас сейчас интересуют только стрела и рукоять (угол  $\alpha$  тут переименован в  $b_1$ ; опущены индексы у обозначений координатных осей).

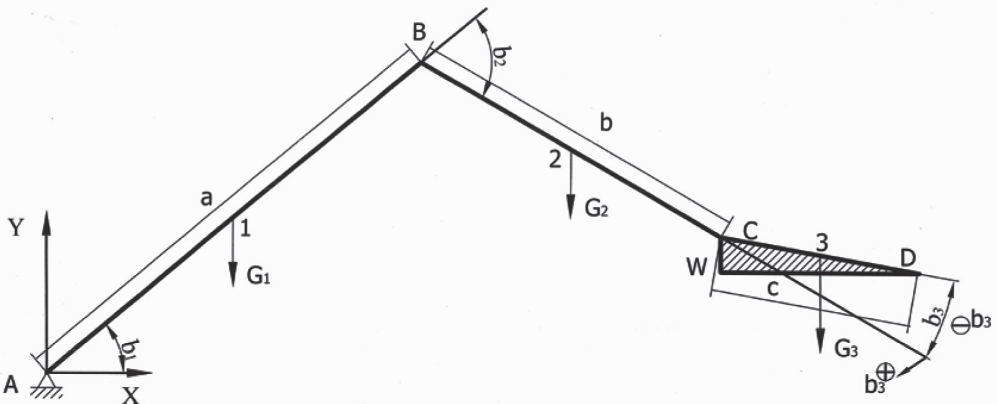


Рис. 3. Расчетная схема 2

Рис. 3. Расчетная схема 2

На рис. 3 обозначены (кроме того, что уже было описано ранее): точка  $B$  (шарнир соединяющий стрелу и рукоять) — шарнир, соединяющий 1 и 2 звенья; точка 2 — центр тяжести звена  $BC$ , лежит на середине соответствующего звена; параметр  $b = BC$  — длина второго звена (рукояти);  $B2 = 1/2 \cdot b$  — расстояние между точками  $B$  и 2;  $G_2 = m_2 \cdot g$  — вес звена  $BC$ ;  $m_2$  — масса звена  $BC$ ; угол  $b_2 \in (0 \dots \pi)$  — шарнирный угол, определяющий положение звена  $BC$  на плоскости (отсчитывается по часовой стрелке от продолжения отрезка  $AB$ ) — вторая обобщенная координата и т.д. Кроме этого, звено  $BC$  характеризуется моментом инерции  $I_2$ .

Допущения принятые выше сохраняются сейчас и здесь (с тем естественно уточнением, что звено  $BC$  совершает сложное движение). То же касается и укрупненного алгоритма построения уравнений движения (с поправкой на появление рукояти).

После выполнения указанных ранее этапов укрупненного алгоритма мы получим требуемые нам уравнения движения рассматриваемой системы. Они имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} S_1 \cdot \ddot{b}_1 + S_2 \cdot \ddot{b}_2 = \\ = M_1 - S_3 \cdot \dot{b}_1 \cdot \dot{b}_2 - S_4 \cdot \dot{b}_2^2 - S_5 \end{aligned} \quad (5),$$

$$\begin{aligned} S_2 \cdot \ddot{b}_1 + S_6 \cdot \ddot{b}_2 = \\ = M_2 - S_3 \cdot \dot{b}_1 \cdot \dot{b}_2 - \frac{1}{2} \cdot S_3 \cdot \dot{b}_1^2 - S_7 \end{aligned} \quad (6),$$

где в свою очередь:

$$S_1 = 2 \cdot P_1 + m_2 \cdot a \cdot b \cdot (\cos(b_2)),$$

$$\begin{aligned} S_2 = -\frac{1}{4} \cdot m_2 \cdot b^2 - \\ - \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot a \cdot b \cdot (\cos(b_2)) \end{aligned} ,$$

$$S_3 = m_2 \cdot a \cdot b \cdot (\sin(b_1)),$$

$$S_4 = \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot a \cdot b \cdot (\sin(b_2)),$$

$$\begin{aligned} S_5 = P_2 \cdot (\cos(b_1)) + \\ + \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot g \cdot b \cdot (\cos(b_2 - b_1)) \end{aligned} ,$$

$$S_6 = I_2 ,$$

$$S_7 = -\frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot g \cdot b \cdot (\cos(b_2 - b_1)),$$

$$P_1 = \frac{1}{2} \cdot I_1 + \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot a^2 + \frac{1}{8} \cdot m_2 \cdot b^2 ,$$

$$P_2 = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot g \cdot a + m_2 \cdot g \cdot a .$$

Напомним, что остальные потребные в рассматриваемой задаче уравнения мы сейчас не приводим из-за ограничения на объем настоящего текста и их громоздкости.

В заключении отметим, что в случае рассмотрения движения трех звеньев РО уравнения движения будут иметь следующий «стандартный» вид [13, 14 и др.]:

$$m \cdot \ddot{b}_i = q_i + u_i , \quad (7)$$

где  $b_i$  — шарнирные углы;  $m = \|m_{ik}\|_{i=1,3}^{k=1,3}$  — матрица кинетической энергии;  $u_i$  — управления;  $q_i$  — иные обобщенные силы.

Детально случай с уравнением (7) будет нами рассмотрен в последующих работах (с большей ориентацией на решение задач синтеза системы управления ОГЭ).

### Заключение

В настоящей работе приведены некоторые основы методики по оценке скоростей и ускорений отдельных исполнительных механизмов РО ОГЭ, играющие существенную роль на ранних этапах их проектирования.

Кроме этого, указан функционал, исследование которого поможет разобраться в целесообразности применения в системах управления ОГЭ импульсного управления.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Побегайло П. А.* Мощные одноковшовые гидравлические экскаваторы: методология проектирования рабочего оборудования (на ранних стадиях проектирования). — М.: СВР-АРГУС, 2017. — 210 с.
2. *Побегайло П. А.* Создание методологии автоматизированного проектирования горных и строительных роботов-манипуляторов (на примере одноковшовых гидравлических экскаваторов) / Аналитическая механика, устойчивость и управление: труды XI Международной Четаевской конференции. Т. 4. Секция 4. Компьютерные технологии в науке, образовании, управлении производством. Казань, 13–17 июня 2017 г. — Казань: КНИТУ-КАИ, 2017. — С. 168–177.
3. *Павлов В. П., Побегайло П. А.* Анализ основных аспектов формализации процедур системного проектирования экскаваторов на предпроектном этапе // Инженерный журнал: наука и инновации. — 2018. — № 3 (75). — 5 с. DOI 10.18698/2308-6033-2018-3-1749.
4. *Mitrev R., Janošević D., Marinković D.* Dynamical modelling of hydraulic excavator considered as a multibody system // Tehnički vjesnik (Technical Gazette) 24, Suppl. 2 (2017), pp. 327–338. DOI: 10.17559/TV-20151215150306.
5. *Janošević D., Pavlović J., Jovanović V., Petrović G.* A numerical and experimental analysis of the dynamic stability of hydraulic excavators // Facta Universitatis Series: Mechanical Engineering. 2018, Vol. 16, No 2, pp. 157–170. <https://doi.org/10.22190/FUME180404015J>.
6. *Vujic D., Lazarevic O., Batinic V.* Development of dynamic-mathematical model of hydraulic excavator // Journal of Central South University, 2017, 24(9): 010–2018. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11771-017-3610-x>.
7. *Jiaqi Xu, Hwan-Sik Yoon* A Review on Mechanical and Hydraulic System Modeling of Excavator Manipulator System // Journal of Construction Engineering, Vol. 2016, Article ID 9409370, 11 pages. <http://dx.doi.org/10.1155/2016/9409370>.
8. *Лурье А. И.* Аналитическая механика. — М.: ГИФМЛ, 1961. — 824 с.
9. *Кулешов В. С., Лакота Н. А.* Динамика систем управления манипуляторами. — М.: Энергия, 1971. — 304 с.
10. *Фантони И., Лозани Р.* Нелинейное управление системами с дефицитом управляющих воздействий. — М.-Ижевск: ООО «Компьютерная динамика», 2012. — 313 с.
11. *Капитонов А. А.* Введение в моделирование и управление для робототехнических систем / Под ред. А. Л. Фрадкова. — М.-Ижевск: ИКИ, 2016. — 108 с.
12. *Формальский А. М.* Управление движением неустойчивых объектов. — М.: Физматлит, 2013. — 232 с.
13. *Матюхин В. И.* Управление движением манипулятора. — М.: ИПУ РАН, 2010. — 96 с.
14. *Матюхин В. И.* Стабилизация движений манипулятора вдоль заданной поверхности // Автоматика и телемеханика. — 2011. — № 4. — С. 71–85. **ГИАБ**

## КОРОТКО ОБ АВТОРАХ

*Побегайло Петр Алексеевич* — кандидат технических наук, старший научный сотрудник, e-mail: [petrp214@yandex.ru](mailto:petrp214@yandex.ru), Институт машиноведения им. А.А. Благонравова РАН.

*Ильина Анастасия Николаевна* — старший преподаватель, МАИ (НИУ), e-mail: [happyday@list.ru](mailto:happyday@list.ru).

---

ISSN 0236-1493. Gornyy informatsionno-analiticheskiy byulleten'. 2018. No. 11, pp. 129–135.

## **Baselines of the procedure for estimating velocity and acceleration of single-bucket hydraulic excavator attachments at early design stages**

*Pobegaylo P.A.*, Candidate of Technical Sciences, Senior Researcher, A.A. Blagonravov Mechanical Engineering Research Institute of Russian Academy of Sciences, 101990, Moscow, Russia, e-mail: [petrp214@yandex.ru](mailto:petrp214@yandex.ru),  
*Ilyina A.N.*, Senior Lecturer, Moscow Aviation Institute (National Research University), 125993, Moscow, Russia, e-mail: [happyday@list.ru](mailto:happyday@list.ru).

**Abstract.** The basic elements of estimation procedure for the velocity and acceleration of individual attachments of single-bucket hydraulic excavators at early design stages are described. The procedure is illustrated in terms of the booming up–down mechanism and in case of simultaneous boom and lever movement. The procedure includes an enlarged algorithm of movement equations and contains auxiliary equations. In the article, it is emphasized that there is a connection between the boom movement equation and the known functional derived in the biomechanics and robotics more than 40 years ago and related with the pulsed control, which potentially makes it possible to analyze the pulsed control as applied to hydraulic excavators. Later on, the developed procedure can be successfully used to study model problems of synthesis of excavator control systems.

**Key words:** single-bucket hydraulic excavators, attachment, velocity and acceleration of attachments, movement equation.

DOI: 10.25018/0236-1493-2018-11-0-129-135

## ACKNOWLEDGEMENTS

This study was supported by the Russian Foundation for Basic Research, Project No. 17-08-00920-a.

## REFERENCES

1. Pobegaylo P.A. *Moshchnyye odnokovshovyye gidravlicheskiye ekskavatory: metodologiya proektirovaniya rabochego oborudovaniya (na rannikh stadiyakh proektirovaniya)* [Powerful single-bucket hydraulic excavators: methodology for designing work equipment (at early stages of design)], Moscow, SvR-ARGUS, 2017, 210 p.
2. Pobegaylo P.A. *Sozdanie metodologii avtomatizirovannogo proektirovaniya gornyykh i stroitel'nykh robotov-manipulyatorov (na primere odnokovshovykh gidravlicheskiykh ekskavatorov)* [Creation of a methodology for automated design of mining and construction robotic manipulators (on the example of single-bucket hydraulic excavators)]. *Analiticheskaya mekhanika, ustoychivost' i upravlenie: trudy XI Mezhdunarodnoy Chetaevskoy konferentsii*. Vol. 4. Section 4. *Komp'yuternyye tekhnologii v nauke, obrazovanii, upravlenii proizvodstvom*. Kazan, 13–17 June 2017, Kazan, KNITU-KAI, 2017, pp. 168–177. [In Russ].
3. Pavlov V.P., Pobegaylo P.A. *Analiz osnovnykh aspektov formalizatsii protsedur sistemnogo proektirovaniya ekskavatorov na predproektnom etape* [Analysis of the main aspects of the formalization of procedures for the system design of excavators at the pre-project stage], *Inzhenernyy zhurnal: nauka i innovatsii*. 2018, no 3 (75), 5 p. DOI 10.18698/2308-6033-2018-3-1749. [In Russ].
4. Mitrev R., Janošević D., Marinković D. Dynamical modelling of hydraulic excavator considered as a multibody system. *Tehnički vjesnik (Technical Gazette)* 24, Suppl. 2 (2017), pp. 327–338. DOI: 10.17559/TV-20151215150306.
5. Janošević D., Pavlović J., Jovanović V., Petrović G. A numerical and experimental analysis of the dynamic stability of hydraulic excavators. *Facta Universitatis Series: Mechanical Engineering*. 2018, Vol. 16, No 2, pp. 157–170. <https://doi.org/10.22190/FUME180404015J>.
6. Vujic D., Lazarevic O., Batinic V. Development of dynamic-mathematical model of hydraulic excavator. *Journal of Central South University*, 2017, 24(9): 010–2018. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11771-017-3610-x>.
7. Jiaqi Xu, Hwan-Sik Yoon A Review on Mechanical and Hydraulic System Modeling of Excavator Manipulator System. *Journal of Construction Engineering*, Vol. 2016, Article ID 9409370, 11 pages. <http://dx.doi.org/10.1155/2016/9409370>.
8. Lur'e A. I. *Analiticheskaya mekhanika* [Analytical mechanics], Moscow, GIFML, 1961, 824 p.
9. Kuleshov V.S., Lakota N. A. *Dinamika sistem upravleniya manipulyatorami* [Dynamics of manipulator control systems], Moscow, Energiya, 1971, 304 p.
10. Fantoni I., Lozani R. *Nelineynoe upravlenie sistemami s defitsitom upravlyayushchikh vozdeystviy* [Nonlinear control of systems with deficiency of control actions], Moscow-Izhevsk, OOO «Komp'yuternaya dinamika», 2012, 313 p.
11. Kapitonov A. A. *Vvedenie v modelirovanie i upravlenie dlya robototekhnicheskikh sistem*. Pod red. A. L. Fradkova [Introduction to modeling and control for robotic systems. Fradkov A. L. (Ed.)], Moscow-Izhevsk, IKI, 2016, 108 p.
12. Formal'skiy A. M. *Upravlenie dvizheniem neustoychivykh ob'ektov* [Controlling the motion of unstable objects], Moscow, Fizmatlit, 2013, 232 p.
13. Matyukhin V. I. *Upravlenie dvizheniem manipulyatora* [Manipulator intelligent control], Moscow, IPU RAN, 2010, 96 p.
14. Matyukhin V. I. *Stabilizatsiya dvizheniy manipulyatora vdol' zadannoy poverkhnosti* [Stabilization of manipulator movements along a given surface], *Avtomatika i telemekhanika*. 2011, no 4, pp. 71–85. [In Russ].